重力と電磁気力(・・相対論的不変性の下で・・)

日本文理大学 機械電気工学科　竹本義夫

**四元ベクトル積(内積・外積・スカラー倍を含む)**

＊第 112 回日本物理学会九州支部例会(2006 年・鹿児島大学)で発表

$\begin{pmatrix} ct & \\ & \mathbf{r} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} ct' & \\ & \mathbf{r}' \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} ctct'+\underline{\mathbf{r}\cdot\mathbf{r}'} & \\ & ct\mathbf{r}'+\mathbf{r}ct'-i(\underline{\underline{\mathbf{r}\times\mathbf{r}'}}) \end{pmatrix}$の応用。

(1)**重力と電磁気力の類似**を逆二乗の法則だけではなく、

(2)力の**発生過程**までのさかのぼることができる。

(3)その結果、電磁気力と同様の**相対論不変の方程式**を得ることができる。

**(A) 電磁気力の発生**(静止重力源を想定して、電荷も静止状態とすると$\phi=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e}{r}$、$\mathbf{A}=\mathbf{0}$)

i(電磁気とポテンシャルの関係)・・”+,−”はローレンツ変換不変を表す。

$$\overset{-}{\begin{pmatrix} E_t & \\ & \mathbf{E}-ic\mathbf{B} \end{pmatrix}}^{+}=\overset{-}{\begin{pmatrix} \partial ct & \\ & -\partial\mathbf{r} \end{pmatrix}}^{-}\overset{+}{\begin{pmatrix} \phi & \\ & -c\mathbf{A} \end{pmatrix}}^{+}\therefore E_t=0、\ \mathbf{E}=-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\partial}{\partial\mathbf{r}}(\frac{e}{r})\ 、\ c\mathbf{B}=\mathbf{0}$$

ii(拡張ローレンツ力)

$$\overset{-}{\begin{pmatrix} F_t & \\ & \mathbf{F} \end{pmatrix}}^{-}=\overset{-}{\begin{pmatrix} E_t & \\ & \mathbf{E}-ic\mathbf{B} \end{pmatrix}}^{+}\overset{-}{\begin{pmatrix} q & \\ & \frac{\mathbf{j}}{c} \end{pmatrix}}^{-}、\ q=q_0\frac{u_t}{c},\frac{\mathbf{j}}{c}=q_0\frac{\mathbf{u}}{c}$$

$$\therefore \mathbf{F}=q\mathbf{E}+\frac{\mathbf{j}}{c}E_t+\frac{\mathbf{j}}{c}\times c\mathbf{B}-i(qc\mathbf{B}-\frac{\mathbf{j}}{c}\times\mathbf{E})=\underline{\underline{-\frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0 c}\frac{\partial}{\partial\mathbf{r}}(\frac{e}{r})u_t}}+i\frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0 c}\frac{\partial}{\partial\mathbf{r}}(\frac{e}{r})\times\mathbf{u}(complex)\text{である。}$$

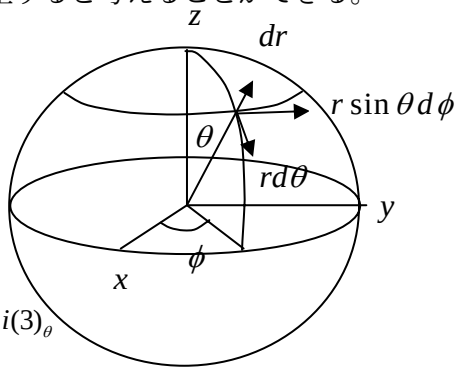
**(B)重力との類似**

一般に質量$M$のポテンシャル$U=\frac{G}{c^2}\frac{M}{r}$による運動する質点$m_0$に働く重力は

$$\mathbf{f}=-m_0\frac{\partial U}{\partial\mathbf{r}}\quad -m_0\gamma\frac{\partial U}{\partial\mathbf{r}}=\underline{\underline{-\frac{Gm_0}{c^2}\frac{\partial}{\partial\mathbf{r}}(\frac{M}{r})u_t}}、\ \gamma=\frac{u_t}{c}\quad 1\text{である。}$$

(A)**と**(B)**の下線部を比較すると、重力も**電磁気力と同じメカニズムで発生すると考えることができる。

**(C)重力の方程式**(相対論不変)




$$\begin{cases} \dfrac{d^2ct}{d\tau^2}=-\dfrac{M_G}{r^2}\dfrac{dr}{d\tau}\dfrac{dct}{d\tau}\cdots(1)_{ct} \\ \dfrac{d^2r}{d\tau^2}=-\dfrac{M_G}{r^2}(\dfrac{dct}{d\tau})^2+\dfrac{1}{r}(r\dfrac{d\theta}{d\tau})^2+\dfrac{1}{r}(r\sin\theta\dfrac{d\phi}{d\tau})^2\cdots(2)_r \\ \dfrac{d}{d\tau}(r\dfrac{d\theta}{d\tau})=-i\dfrac{M_G}{r^2}(r\sin\theta\dfrac{d\phi}{d\tau})\dfrac{dct}{d\tau}-\dfrac{1}{r}\dfrac{dr}{d\tau}(r\dfrac{d\theta}{d\tau})+\cos\theta\dfrac{d\phi}{d\tau}(r\sin\theta\dfrac{d\phi}{d\tau})\cdots i(3)_\theta \\ \dfrac{d}{d\tau}(r\sin\theta\dfrac{d\phi}{d\tau})=i\dfrac{M_G}{r^2}(r\dfrac{d\theta}{d\tau})\dfrac{dct}{d\tau}-\dfrac{1}{r}\dfrac{dr}{d\tau}(r\sin\theta\dfrac{d\phi}{d\tau})-\cos\theta(r\dfrac{d\theta}{d\tau})\dfrac{d\phi}{d\tau}\cdots i(4)_\phi \end{cases}$$

詳しくは　http://www.nbu.ac.jp/~takemoto/genko.html