((研究ノート))

柞原神社に奉納されている算額の紹介

竹　本　義　夫

A Report on the Mathematical Votive Tablet (*Sangaku*) in the Yusuhara Shrine

Yoshio TAKEMOTO

Department of Electrical Engineering
and
Electronics, School of Engineering,

Nippon Bunri University

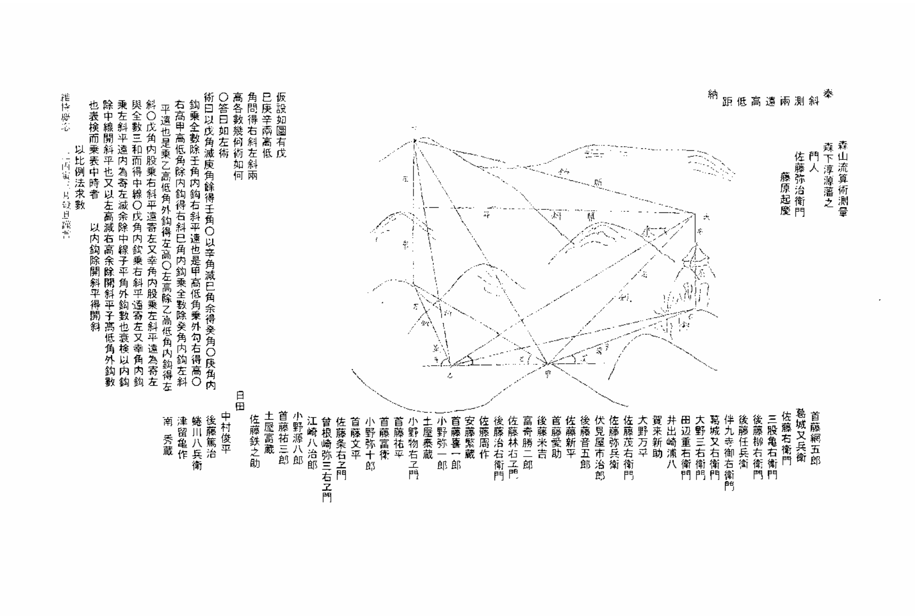


図 1(算額全体・写)

1．前書き

大分市八幡にある柞原(ゆすはら)神社は宇佐神宮を分霊した八幡宮であり、JR 西大分駅より徒歩 60 分のところにあります。この研究は柞原神社本殿に掲げられている算額(図 1)

の解読及び解説です。

算額とは和算(江戸時代になってわが国独自に発達を遂げた数学)の成果を発表・表現する一形態で、問題と解答を絵馬にして、神社に奉納したものをいいます。

柞原にある算額は「**斜測両遠高低距**」(高さと奥行きの違う二点間の距離を三角測量する方法)を示したもので、この中には宇佐の井手(水路)建設に携わった人の名前も見受けられることから、井手完成を祈願して、また**森山流算術測量**(三角測量)の技術の高さを示すために奉納された(**慶応二年三月**)ものであると思われます。

2．算額本文[注1)] [行数表示は引用者による。]

1 仮設如図有戊
2 己庚辛両高低
3 角問得右斜左斜両
4 高各数幾何術如何
5 〇答曰如左術
6 術曰以戊角減庚角余得壬角〇以辛角減己角余得癸角〇庚角内
7 鉤乗全数除壬角内鉤右斜平遠也是甲高低角乗外鉤右得高〇
8 右高甲高低角除内鉤得右斜己角内鉤乗全数除癸角内鉤左斜
9 平遠也是乗乙高低角外鉤得左高〇左高除乙高低角内鉤得左
10 斜〇戊角内股乗右斜平遠寄左又辛角内股乗左斜平遠為寄左
11 与全数三和而得中線〇戊角内鉤乗右斜平遠寄左又辛角内鉤
12 乗左斜平遠以為寄左減余除中線子平角外鉤数也表検以内鉤
13 除中線開斜平也又以左高減右高余除開斜平子高低角外鉤数
14 也表検而無表中時者以比例法求数以内鉤除開斜平得開斜

3．説明

A：問題(1 行～5 行) 図 1

仮設如図有戊己庚辛両高低角　(1 行～3 行冒頭)

長さの分かっている２点甲、乙の距離(全数)と高さの異なる２地点丙、丁にたいして、直線甲乙からの偏角(戊、己、庚、辛)と２点甲、乙から丙、丁へ向かっての仰角(高低角)が分かっている。

問得右斜左斜両高各数幾何術如何　(3 行残り、4 行)

このとき２点甲、乙から丙、丁までの直線距離(右斜、左斜)と２地点丙、丁の高さ(右高、左高)はいくらか？又その方法はなにか？

答曰如左術　(5 行)

その解法は左に記している通りである。

B：解法 1(右高、右斜を求める。6 行～8 行) 図 2

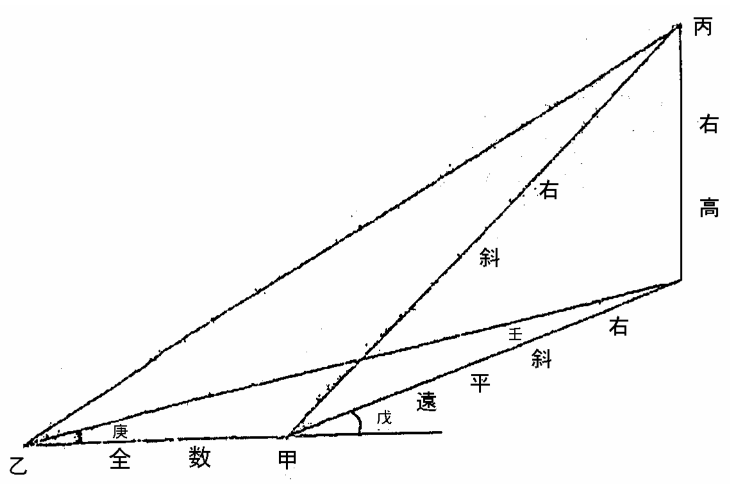


図 2(算額全図より右半分)

術曰以戊角減庚角余得壬角以辛角減己角余得癸角[注2)]　(6 行)

その方法とは、まず戊角から庚角を減じて壬角、また辛角から己角を減じて癸角とする。

$$\text{壬角} = \text{戊角} - \text{庚角}\text{、}\ \text{癸角} = \text{辛角} - \text{己角}\ \cdots (1)$$

庚角内鉤乗全数除壬角内鉤右斜平遠也[注3),4),5)]　(6 行末尾、7 行前半)

(a)庚角の正弦に全数を掛け(b)壬角の正弦で割ると右斜平遠となる。

$$\text{右斜平遠} = \frac{\sin[\text{庚角}] \times \text{全数}}{\sin[\text{壬角}]}\ \cdots (2)$$

解説： (a) $\text{庚角の正弦} = \sin[\text{庚角}]$、(b) $\text{壬角の正弦} = \sin[\text{壬角}]$

を用いると、正弦定理

$$\text{正弦定理：}(2R =)\frac{\text{右斜平遠}}{\sin[\text{庚角}]} = \frac{\text{全数}}{\sin[\text{壬角}]}$$

が成り立つ。

是甲高低角乗外鉤右得高[注3),6)]　(7 行後半)

これ(右斜平遠)に(c)甲から見た高低角(仰角)の正接を掛けると右高を得る。

$$\text{右高} = \text{右斜平遠} \times \tan[\text{甲高低角}]\ \cdots (3)$$

解説：(c) 甲高低角の正接 = tan[甲高低角]

$$= \frac{\text{右高}}{\text{右斜平遠}}$$

である。

右高甲高低角除内鈎得右斜　(8 行前半)

右高に⒟甲から見た高低角(仰角)の正弦で割ると右斜を得る。

$$\text{右斜} = \frac{\text{右高}}{\sin[\text{甲高低角}]} \quad ・・・(4)$$

解説：(d) 甲高低角の正弦 = sin[甲高低角]

$$= \frac{\text{右高}}{\text{右斜}}$$

である。

C：解法 2(左高、左斜を求める。8 行～9 行) 図 3

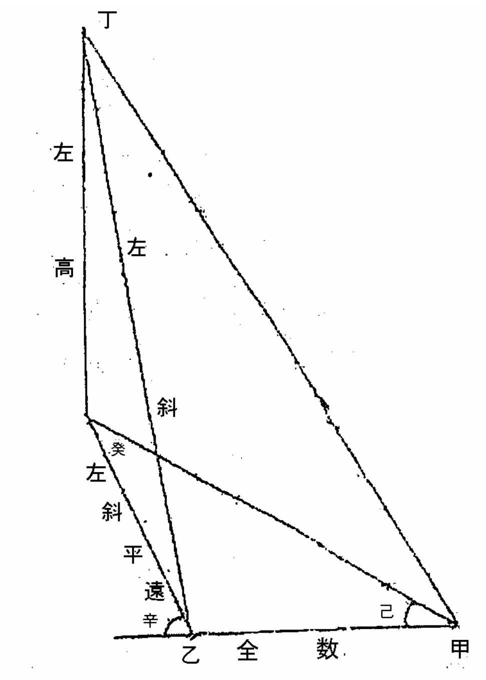


図 3(算額全図より左半分)

己角内鈎乗全数除癸角内鈎左斜平遠也　(8 行後半、9 行冒頭)

⒠己角の正弦に全数を掛け⒡癸角の正弦で割ると左斜平遠となる。

$$左斜平遠 = \frac{\sin[己角] \times 全数}{\sin[癸角]} \quad ・・・(5)$$

解説：(e) $己角の正弦 = \sin[己角]$、(f) $癸角の正弦 = \sin[癸角]$

を用いると、正弦定理

正弦定理：$(2R =)\dfrac{左斜平遠}{\sin[己角]} = \dfrac{全数}{\sin[癸角]}$

が成り立つ。

是乗乙高低角外鉤得左高[注6)]　(9 行残り前半)

これ(左斜平遠)に(g)乙から見た高低角(仰角)の正接を掛けると左高を得る。

$$左高 = 左斜平遠 \times \tan[乙高低角] \quad ・・・(6)$$

解説：(g) $乙高低角の正接 = \tan[乙高低角]$

$$= \frac{左高}{左斜平遠}$$

である。

左高除乙高低角内鉤得左斜　(9 行後半、10 行冒頭)

左高に(h)乙から見た高低角(仰角)の正弦で割ると左斜を得る。

$$左斜 = \frac{左高}{\sin[乙高低角]} \quad ・・・(7)$$

解説：(h) $乙高低角の正弦 = \sin[乙高低角]$

$$= \frac{左高}{左斜}$$

である。

D：解法 3(中線を求める。10 行～12 行) 図 4

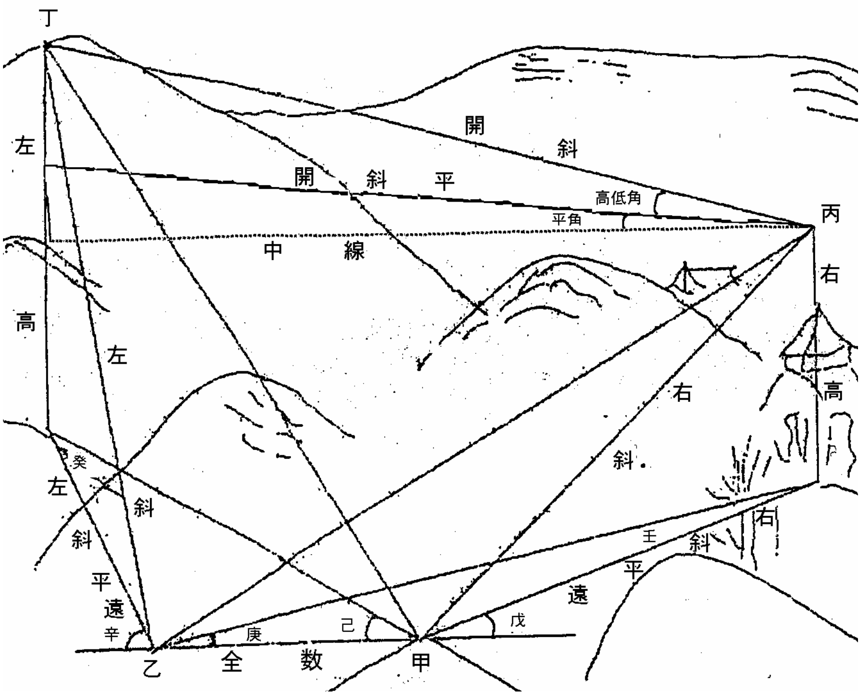


図 4(全体図と中線)

戊角内股乗右斜平遠寄左又辛角内股乗左斜平遠為寄左與全数三和而得<u>中線</u>[注 3),7)] (10 行残り、11 行前半)

(i)戊角の余弦に右斜平遠を掛け、左に寄せて(とって置く)又(j)辛角の余弦に左斜平遠を掛け、左に寄せたものと全数とをあわせて、三つとも加えると<u>中線</u>を得る。

$$\text{中線}=\text{左斜平遠}\times\cos[\text{辛角}]+\text{右斜平遠}\times\cos[\text{戊角}](\text{寄左})+\text{全数}\quad\cdots(8)$$

解説：中線(補助線)として、全数を左右に延ばし、それぞれ左斜平遠、右斜平遠を斜辺とする直角三角形を構成する。即ち

$$\text{中線}=\text{中線}(\text{左})+\text{中線}(\text{右})+\text{全数}$$

とすると

(i) $\text{辛角の余弦}=\cos[\text{辛角}]=\dfrac{\text{中線}(\text{左})}{\text{左斜平遠}}$

(j) $\text{戊角の余弦}=\cos[\text{戊角}]=\dfrac{\text{中線}(\text{右})}{\text{右斜平遠}}$

である。

E((開斜を求める。11 行～14 行) 図 5

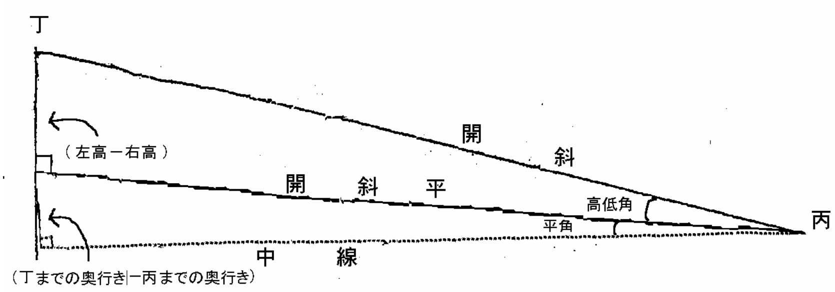


図 5(開斜、開斜平、中線)

戊角内鈎乗右斜平遠寄左又辛角内鈎乗左斜平遠以為寄左減余除中線<u>子平角外鈎</u>数也[注 8)] (11 行後半、12 行)

(k)戊角の正弦に右斜平遠を掛け左に寄せ(とって置く)又(l)辛角の正弦に左斜平遠を掛け、左に寄せたものを引く、これで中線を割ると(m)<u>子平角の正接</u>となる。

$$\tan[子平角] = \frac{中線}{左斜平遠 \times \sin[辛角] - 右斜平遠 \times \sin[戊角](寄左)} \quad \cdots (9)$$

解説：(k) $戊角の正弦 = \sin[戊角]$

$$= \frac{丙までの奥行き}{右斜平遠}$$

(l) $辛角の正弦 = \sin[辛角]$

$$= \frac{丁までの奥行き}{左斜平遠}$$

また平角を中線と開斜平のなす角とすると、子平角は平角の余角$(= 90° - 平角)$だから

(m) $子平角の正接 = \tan[子平角]$

$$= \frac{中線}{丁までの奥行き - 丙までの奥行き}$$

表検以内鈎除中線<u>開斜平</u>也[注 9), 10)]　(12 行残り、13 行前半)

表(八線表)を用いて(子平角の) (n)正弦を求めそれで中線を割れば<u>開斜平</u>である。

$$開斜平 = \frac{中線}{\sin[子平角]} \quad \cdots (10)$$

解説：八線表(三角関数表)を用いて、子平角の正弦を読み取る。また

(n) $(子平角の)正弦 = \sin[子平角]$

$$= \frac{中線}{開斜平}$$

である。

以左高減右高余除開斜平<u>子高低角外鈎</u>数也[注2),11)]　(13 行後半、14 行冒頭)

左高から右高を引いたもので開斜平を割ると(o)<u>子高低角の正接</u>である。

$$\tan[\text{子高低角}] = \frac{\text{開斜平}}{\text{左高}-\text{右高}} \quad \cdots (11)$$

解説：子高低角は高低角の余角$(=90° - \text{高低角})$だから

(o) $\text{子高低角の正接} = \tan[\text{子高低角}]$

$$= \frac{\text{開斜平}}{\text{左高}-\text{右高}}$$

表検而無表中時者以比例法求数以(p)内鈎除開斜平得<u>開斜</u>[注10)]　(14 行残り)

表(八線表)を用い、表中に無い時は比例配分により(子高低角の)正弦を求め、それで開斜平を割れば<u>開斜</u>である。

$$\text{開斜} = \frac{\text{開斜平}}{\sin[\text{子高低角}]} \quad \cdots (12)$$

解説：子高低角は高低角の余角$(=90° - \text{高低角})$だから

(p) $(\text{子高低角の})\text{正弦} = \sin[\text{子高低角}]$

$$= \frac{\text{開斜平}}{\text{開斜}}$$

である。

4. 結論

この算額に書かれた方法で、全数(甲乙間の距離)から開斜(丙丁間の距離)を求める手順は次の通りである。

1.**右高**(丙の高さ),**右斜**(甲丙の直線距離)と**左高**(丁の高さ),**左斜**(乙丁の直線距離)を求める

まず右高と右斜は

$$\text{右斜平遠} = \frac{\sin[\text{庚角}] \times \text{全数}}{\sin[\text{壬角}]} \quad \cdots (2)$$

を計算すると

$$\text{右高} = \text{右斜平遠} \times \tan[\text{甲高低角}] \quad \cdots (3)$$

次に

$$右斜=\frac{右高}{\sin[甲高低角]}\quad・・・(4)$$

を得る。

同様に、左高と左斜を求めるのに、

$$左斜平遠=\frac{\sin[己角]\times全数}{\sin[癸角]}\quad・・・(5)$$

を計算すると

$$左高=左斜平遠\times\tan[乙高低角]\quad・・・(6)$$

次に

$$左斜=\frac{左高}{\sin[乙高低角]}\quad・・・(7)$$

を得る。

2.**中線**(補助線)を用いて、**開斜平**を、次に**開斜**を求める。

$$中線=右斜平遠\times\cos[戊角]+左斜平遠\times\cos[辛角]+全数\quad・・・(8)$$

を使うと、

$$\tan[子平角]=\frac{中線}{左斜平遠\times\sin[辛角]-右斜平遠\times\sin[戊角]}\quad・・・(9)$$

の値から三角関数表を用いて、子平角($\sin[子平角]$)を読み取り、

$$開斜平=\frac{中線}{\sin[子平角]}\quad・・・(10)$$

を介して、さらに

$$\tan[子高低角]=\frac{開斜平}{左高-右高}\quad・・・(11)$$

の値から三角関数表を用いて子平角 $\sin[子高低角]$ を読み取り

$$開斜=\frac{開斜平}{\sin[子高低角]}\quad・・・(12)$$

を得ることができる。

備考：1.この研究は資料収集等、大分和算研究会のもとで行ったものです。
2.図 1(算額全図)の本文中文字を変更した部分があります。
減⇒減、内⇒以、乗⇒無

注 1)　漢字の旧字体から新字体への変更。
例　　圖→図・兩→両・數→数

図 1(算額全体複写)の本文中文字を変更した部分。

巳⇒己、滅⇒減、勾⇒鈎、幸⇒辛、衰⇒表、内⇒以、乗⇒無

注 2)　戊角減庚角、辛角減己角はそれぞれひとつの単語として扱っていて以戊角減庚角は「庚角－戊角」ではなく、「戊角－庚角を以って」と解する。

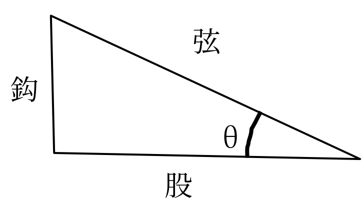
注 3)　直角三角形を挟む辺を鈎(こう)、股(こ)他の辺を弦(げん)という。

股鈎(=直角三角形)に対して

$$内鈎(\sin\theta)=\frac{鈎}{弦}$$

$$内股(\cos\theta)=\frac{股}{弦}$$

$$外鈎(\tan\theta)=\frac{鈎}{股}$$



である。

注 4)　全数＝甲と乙の(全うできる、実際に測れる)距離。

注 5)　平遠＝地面と平行に測った距離。

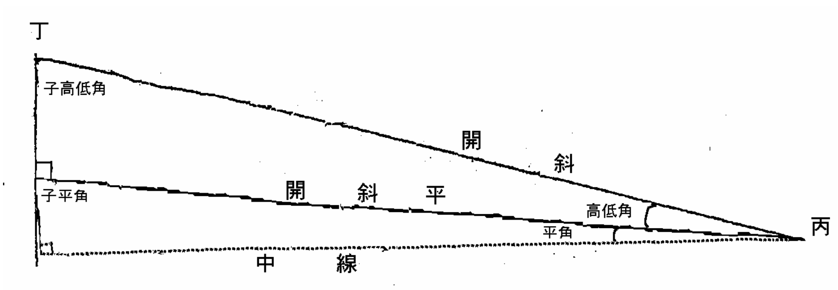
注 6)　甲高低角＝甲から丙を見た時の仰角。

乙高低角＝乙から丁を見た時の仰角。

注 7)　寄左＝左に寄せて、少しの間とっておく。

注 8)　子平角＝平角の余角(＝90°－平角)。

子高低角＝高低角の余角(＝90°－高低角)。



注 9)　表(八線表)＝三角関数表。

注 10)　開斜＝開いた(甲、乙と結ばれてない)直線。

＝丙、丁を結ぶ距離。

開斜平＝地面に平行で、開いた直線。

＝開斜の正射影。

参考文献

(1)渡邉淳二　「江戸時代の豊後における測量術の研究－柞原神社の算額の解読と数学教育への活用－」　大分大学教育学部附属教育実践研究指導センター紀要 N0.11 1993

(2)佐藤健一、安富有恒、疋田信汎、松本登志雄　「和算 用語集」　研成社 2005

渡邉淳二(大分大学教育学部附属中学校)
　　現、大分県教育庁佐伯教育事務所次長
江戸時代の豊後における測量術の研究-杵原神社の算額の解読と数学教育への活用-
平成５年７月 20 日
大分大学教育学部附属教育実践研究指導センター紀要 N0.11 1993

大分市八幡にある杵原(ゆすはら)神社は宇佐神宮を分霊した八幡宮であり、JR 西大分駅より徒歩 60 分のところにあります。

この本殿に掲げられている算額を紹介します。

算額とは和算(江戸時代になってわが国独自に発達を遂げた数学)の一形態で、問題と解答を絵馬にして、神社に奉納したものをいいます。

杵原にある算額は「**斜測両遠高低距**」(高さと奥行きの違う二点間の距離を三角測量する)方法を示したものです。

この中には宇佐の井手(水路)建設に携わった人の名前も見受けられ、井手完成を祈願して、また**森山流算術測量**(三角測量)の技術の高さを示すために奉納された(**慶応二年三月**)ものであると思われます。

大分市八幡にある杵原(ゆすはら)神社は宇佐神宮を分霊した八幡宮であり、JR 西大分駅より徒歩 60 分のところにある。

この研究は杵原神社本殿に掲げられている算額(図 1)の解読及び解説である。

算額とは和算(江戸時代になってわが国独自に発達を遂げた数学)の成果を発表・表現する一形態で、問題と解答を絵馬にして、神社に奉納したものをいう。

杵原にある算額は「**斜測両遠高低距**」(高さと奥行きの違う二点間の距離を三角測量する方法)を示したもので、この中には宇佐の井手(水路)建設に携わった人の名前も見受けられることから、井手完成を祈願して、また**森山流算術測量**(三角測量)の技術の高さを示すために奉納された(**慶応二年三月**)ものであると思われる。